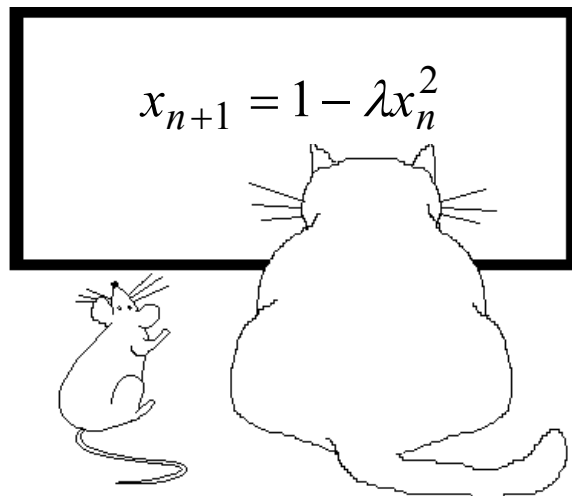


*У моря видел дуб зеленый;
Под ним сидел, и кот ученый
Свои мне сказки говорил.
Одну я помню: сказку эту
Поведаю теперь я свету...*

А.С.Пушкин

А.П.Кузнецов

Колебания Катастрофы Бифуркации Хаос



Издательство ГосУНЦ «Колледж»

Саратов 2000

УДК 517.9
 К89

Кузнецов А.П.

К89 Колебания, катастрофы, бифуркации, хаос.
 Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2000, 98 с.
 ISBN 5-900641-90-2

В сборнике представлено около 300 задач по нелинейным колебаниям, катастрофам, динамическим системам, бифуркациям, хаосу. Каждый раздел содержит как теоретические задачи, так и задачи исследовательского характера, решаемые с использованием компьютера. Задачи апробированы на Факультете нелинейных процессов Саратовского государственного университета.

*Издание выполнено при поддержке
 Федеральной целевой программы «Интеграция»
 и гранта РФФИ №0014-96673.*

*Использованы результаты исследований
 по грантам РФФИ №97-02-16414 и №00-02-17509*

Рецензент: член-кор. РАН, профессор Трубецков Д.И.

© А. П. Кузнецов, 2000

© Обложка; Д. В. Соколов

ISBN 5-900641-90-2

Оглавление

Глава 1 Колебания	9
Линейность и нелинейность. Нелинейные элементы	10
Зависимость периода нелинейных колебаний от амплитуды	13
Особенности спектров нелинейных систем	14
Мультистабильность и гистерезис	16
Динамические системы. Консервативные и диссипативные системы	18
Фазовые портреты нелинейных систем	19
Нелинейный осциллятор. Приближение слабой нелинейности	23
Нелинейный осциллятор. Движение вблизи сепаратрисы	25
Метод медленно меняющихся амплитуд	26
Быстрые и медленные движения в случае сильной диссипации	28
Автоколебательные системы	28
Уравнения Ван-дер-Поля и Рэля	30
Жесткое возникновение автоколебаний	32
Релаксационные колебания	33
Сечение Пуанкаре. Одномерные дискретные отображения	34
Нелинейные колебания. Задачи для компьютерного исследования	35
Глава 2 Катастрофы	39
Ряд Тейлора и модели	40
Понятия типичности и коразмерности	41
«Игрушки» теории катастроф	42
Критические точки функций одной переменной	43
Критические точки функций двух переменных	44
Катастрофа коразмерности один – складка	45

Катастрофа коразмерности два – сборка	47
Катастрофа коразмерности три - ласточкин хвост	49
Каспидные катастрофы в двумерных системах	50
Катастрофа коразмерности три – эллиптическая омбилика	52
Катастрофа коразмерности три – гиперболическая омбилика	53
Катастрофы и теория упругости	53
Катастрофы и физика фазовых переходов	54
Каустики и волны	54
Колебания	55
Катастрофы. Задачи для компьютерных исследований	57
Глава 3 Бифуркации	60
Классификация и примеры динамических систем	61
Бифуркации одномерных потоков	65
Бифуркация Андронова-Хопфа	65
Бифуркации предельных циклов	68
Бифуркации одномерных отображений коразмерности один	69
Бифуркации двух- и трехпараметрических одномерных отображений	71
Бифуркации двумерных отображений	74
Квазипериодические режимы и синхронизация в двумерных и одномерных отображениях	76
Динамические системы и бифуркации. Задачи для компьютерных исследований	78
Глава 4 Хаос	85

Предисловие

Вынесенные в заголовок этой книги термины - колебания, катастрофы, бифуркации, хаос - стали основными для современного междисциплинарного подхода, известного как нелинейная динамика. Их можно услышать среди математиков, физиков, химиков, биологов, специалистов по экономике. Эти термины не только образовали основу нового "интернационального" языка науки, но стали элементами фундаментальных представлений о природе.

К сожалению, схемы образования более консервативны, чем живая наука. Поэтому современные концепции проникают обычно лишь на вершину "пирамиды" образовательной системы. В этом случае трудно говорить о раннем воспитании мышления, основанного на идеях нелинейной динамики. По мнению возглавляемого член-корр. РАН Д.И. Трубецковым авторского коллектива такое мышление можно воспитать не только у студентов старших курсов, но и у младшекурсников, и даже учащихся средних школ. О возможности этого говорят успехи системы непрерывного образования, состоящей из лицея Колледжа прикладных наук и Высшего Колледжа прикладных наук (ныне факультет нелинейных процессов) Саратовского государственного университета.

Автор принимал активное участие в становлении этой системы непрерывного образования. Для учащихся лицея был разработан четырехлетний курс, в рамках которого представлены такие понятия, как оценки, методы размерностей, подобия и другие. На основе этого курса была подготовлена и издана книга "Как работают и думают физики"¹. Настоящая же книжка явилась итогом создания соответствующей системы знаний на базе нелинейной динамики уже для студентов университета.

Педагогический опыт учит, что мало познакомить молодых людей с новыми понятиями. Надо, чтобы сформировался "активный" багаж знаний и навыков работы. Этому можно научиться, лишь решая задачи. В этой книге представлено около 350 задач, которые были разработаны для факультета нелинейных процессов как четыре последовательные ступеньки "нелинейного" образования. Они основываются на четырех учебных курсах: "Нелинейные колебания", "Теория катастроф", "Динамические системы и

¹ Читателям, интересующимся синергетикой на "школьном" уровне, рекомендуем книгу Д.И. Трубецкого "Колебания и волны для гуманитариев".

бифуркации", "Динамический хаос". Подавляющее большинство задач оригинальны.

Создавая задачник по нелинейной динамике, нельзя игнорировать использование компьютеров. Изобретение компьютера - одно из наиболее значительных интеллектуальных событий XX века. Сейчас уже ясно, что просто учить программированию, не решая задач, для которых характерно органичное использование компьютера, нельзя. Использование компьютера формируют новую сторону профессии ученого, которая дополняет традиционное деление на теоретиков и экспериментаторов. Успехи нелинейной динамики являются одним из наиболее ярких примеров синтеза математических, физических и компьютерных подходов. Поэтому каждую главу книги завершает подборка задач для решения с использованием компьютера. Все такие задачи имеют свое название. Подчеркну, что это задачи исследовательского характера, требующие соответствующей теоретической и компьютерной подготовки. В этом существенное отличие от компьютерных практикумов, в рамках которых студент фактически выполняет лабораторную работу на компьютере, не программируя сам в соответствии с логикой решения задачи.

Весьма существенной была необходимость глубокой взаимосвязи с курсом общей физики. Поэтому многие задачи имеют характерный для обычных физических задач антураж. Однако вопросы, которые ставятся, требуют решения в другом контексте, характерном именно для нелинейной динамики. Такой подход дал прекрасные результаты и обеспечил активность и заинтересованность студентов.

Ряд задач являются "информационными", т.е. не просто содержат собственно условие, но и несут новую информацию, иногда опережающую лекционный материал, а иногда и совершенно новую. Это, по моему мнению, очень важно, поскольку услышать новую информацию, механически записывая лекцию или усвоить ее, интенсивно решая задачи, - существенно разные вещи. Думается, что такой подход весьма перспективен. Его развитие может дать большие резервы учебного времени, которого всегда не хватает в рамках традиционных учебных планов.

Несколько задач своим появлением обязаны научным исследованиям, проводимым в Саратовском отделении Института радиотехники и электроники РАН. Особенно это относится к задачам для компьютерного решения в главах "Бифуркации" и "Хаос". Структура же задачника обязана этим исследованиям еще в большей степени. Именно благодаря им понятия типичности, коразмерности, случая общего положения, универсальности приобретают статус общих для всей нелинейной теории. Эти понятия появляются очень рано и "отрабатываются" с помощью

на первый взгляд привычных задач по физике и математике (начало главы "Катастрофы").

Автор считает своим приятным долгом выразить глубокую благодарность Д.И.Трубецкову за возможность реализации представленных задач в Саратовском госуниверситете, С.П.Кузнецову за многочисленные полезные обсуждения, он также выполнил рисунок кота и мыши, изучающих логистическое отображение, Д.В.Соколову за рисунок на обложке - кота, путешествующего по многообразию катастрофы сборки, А.А.Короновскому, Н.М.Рыскину и Л.В.Красичкову за "апробацию" задач на семинарских и компьютерных занятиях, всем студентам факультета нелинейный процессов, принявших активное участие в этих занятиях, а также И.Р.Сатаеву и А.П.Широкову за помощь в подготовке компьютерного макета книги.

Компьютерные рисунки, представленные в начале каждой главы, демонстрируют соответственно конденсацию изображающих точек на фазовой плоскости на предельный цикл уравнения Ван-дер-Поля, многолистную поверхность, содержащую складки и сборки, бифуркационное дерево логистического отображения и карту ляпуновских показателей логистического отображения.